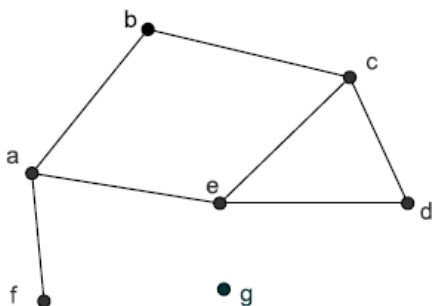


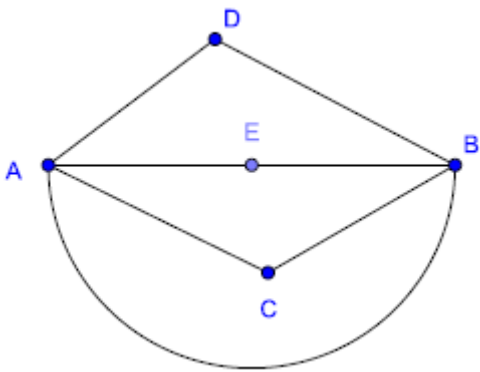
نام خانوادگی :	نام پدر :	شماره دانش آموزی :	نام کلاس :
اداره کل آموزش و پرورش استان	آموزش و پرورش منطقه / ناحیه.....	نام آموزشگاه :	سوالات آزمون درس ریاضیات گسسته پایه دوازدهم رشته ریاضی
مدت پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع آزمون :	تعداد صفحات: ۲	تعداد سوالات : ۱۸
باسمه تعالی	تاریخ آزمون : /	نوبت اول	طراح :

ردیف	سوالات	نمره
۱	جاهای خالی زیر را پر کنید. الف) حاصل $[a, a'], (a, a']$ برابر است. ب) باقی مانده تقسیم عدد ۲۷۳۶۷۱ بر ۱۱ می شود. ج) گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ ، یال دارد. د) گراف K_5 ، زیر گراف به صورت C_3 دارد.	۱
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. "با ذکر دلیل" الف) فرض کنید $a, b \in \mathbb{R}$ ، $a < b$ اگر و تنها اگر $a' < b'$. ب) اگر G یک گراف n راسی باشد، مقدار $q(G) + q(G)$ برابر $\binom{n}{2}$ است. ج) اگر $a bc$ آنگاه a حداقل یکی از دو عدد b, c را عاد می کند. د) اگر در گراف G، $\delta(G) \geq K$ باشد، لزوماً G شامل یک مسیر به طول K است.	۱
۳	به سوالات چهار گزینه ای زیر پاسخ دهید. (فقط یک گزینه صحیح است). "با ذکر دلیل" الف) کدام گزینه می تواند درجه های راس های یک گراف باشد؟ (۱) $6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$ (۲) $5, 4, 4, 3, 2, 1$ (۳) $6, 6, 6, 5, 3, 1$ (۴) $5, 4, 4, 3, 2, 1$ ب) باقی مانده تقسیم اعداد ba بر ۲۶ به ترتیب ۷ و ۲ است. باقی مانده تقسیم $2a+5b$ بر ۱۳ کدام است؟ (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰ ج) رقم یکان $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 500!$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴	۱/۵
۴	گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض رد کنید. الف) اگر a حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $2a+1$ مربع کامل است. ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، $\frac{\alpha+\beta}{2\beta}$ گنگ است.	۱/۵

۵	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، حاصل $n^2 - 3n + 7$ عددی فرد است.	۱
۶	درستی گزاره های زیر را با استفاده از روش برهان خلف ثابت کنید. (الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. (ب) فرض کنید n عددی طبیعی و $3n - 2$ عددی فرد باشد. ثابت کنید n هم فرد است.	۱
۷	به روش بازگشتی ثابت کنید ؛ برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x, y داریم : $\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	۱
۸	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n^2 + 7$ و $n^2 + 6$ ، ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$.	۱
۹	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱
۱۰	اگر a عددی فرد باشد، ثابت کنید $a + 2$ و $2a$ نسبت به هم اول اند.	۱
۱۱	ثابت کنید دو طرف یک رابطه هم نهشتی را می توان ، به توان $n \in \mathbb{N}$ رساند.	۱
۱۲	باقی مانده تقسیم $A = (3^8 \times 3) - 1$ را بر ۱۱ بیابید.	۱
۱۳	اگر ۱۴ اردیبهشت در یک سال دوشنبه باشد، ۱۷ آذر در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۱۴	همه اعداد صحیحی را بیابید که چهار برابر آن ها منهای ۱۸ بر ۶ بخش پذیر باشند.	۱
۱۵	به چند طریق می توان یک کیسه ۱۳۱ کیلویی را با وزنه های ۷ و ۵ کیلویی وزن کرد؟	۱/۵
۱۶	در یک جمع ، ۵ نفر حضور دارند. (الف) فرض کنید آشنایی افراد دو طرفه باشد. چند حالت ممکن است وجود داشته باشد. (ب) اگر آشنایی دو طرفه نباشد، چند حالت ممکن است؟	۱
۱۷	گراف مقابل را در نظر بگیرید. (الف) $V(G), E(G)$ را بنویسید. (ب) $\Delta(G), \delta(G)$ را بیابید. (ج) $N_G(f)$ و $N_G[e]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۸	درجه راس های گرافی به صورت ۲, ۲, ۲, ۲, ۴, ۴ است. همه دورهای گراف را مشخص کنید.	۱
	(موفق باشید))	جمع نمره
		۲۰



ردیف	((پاسخ نامه))	نمره
۱	الف) $ a^n $ (۰/۲۵) ب) 2 (۰/۲۵) ج) 9 (۰/۲۵) د) 10 (۰/۲۵) $\left(\frac{5}{3}\right)$	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱
۳	الف) گزینه ۴ (۰/۵) ب) گزینه ۳ (۰/۵) ج) گزینه ۳ (۰/۵)	۱/۵
۴	الف) $4a+1=4n(n+1)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$ (۱) ب) مثال نقض : $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{8}}{2\sqrt{8}}=\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{3}{4}$ (۰/۵)	۱/۵
۵	حالت اول اگر n زوج باشد : $n=2q \Rightarrow n^2-2n+7=4q^2-2q+6+1=2(2q^2-2q+3)+1=2k+1$ (۰/۵) حالت دوم اگر n فرد باشد : $n=2q+1 \Rightarrow n^2-2n+7=(2q+1)^2-2(2q+1)+7=4q^2+4q+1-4q-2+7=4q^2-2q+4+1=2(2q^2-q+2)+1=2k+1$ (۰/۵)	۱
۶	الف) فرض کنید r یک عدد گویای ناصفر باشد و x عددی گنگ باشد ولی rx عددی گویا (فرض خلف) باشد. می دانیم که حاصل ضرب هر دو عدد گویا، عددی گویاست. علاوه بر این معکوس هر عدد گویای ناصفر هم عددی گویاست. بنابراین $\left(\frac{1}{r}\right)(rx) \in \mathbb{Q}$ و از آنجا $x \in \mathbb{Q}$ که با فرض در تناقض است. (۰/۵) ب) فرض کنید n زوج است (فرض خلف) پس : $2n-2=2(2q)-2=2(2q-1)=2k$ که در تناقض با فرض است. (۰/۵)	۱
۷	$\frac{x^r+y^r}{y^rx^r} \geq \frac{y+x}{xy} \iff x^r+y^r \geq xy(y+x)$ (۰/۲۵) $\iff (x+y)(x^r-xy+y^r) \geq xy(y+x)$ (۰/۵) $\iff (x-y)^r \geq 0$ (۰/۲۵)	۱
۸	$n 9(7k+6)-7(9k+7) \Rightarrow n 23k+54-23k-49$ (۰/۷۵) $\Rightarrow n 5 \Rightarrow n=1 \text{ or } n=5$ (۰/۲۵)	۱
۹	$a=2k \Rightarrow 3 a$ (۰/۲۵) $a=2k+1 \Rightarrow a+2=2k+3=2(k+1) \Rightarrow 2 a+2$ (۰/۲۵) سه حالت وجود دارد ۰/۲۵ $a=2k+2 \Rightarrow a+4=2k+6=2(k+2) \Rightarrow 2 a+4$ (۰/۲۵)	۱
۱۰	فرض کنید : $(2a, a+2)=d$ (۰/۲۵) پس : $\begin{cases} d 2a \\ d a+2 \Rightarrow d 2a+4 \Rightarrow d 4 \Rightarrow d=1 \text{ or } 2 \text{ or } 4 \end{cases}$ (۰/۵) چون a فرد است پس $a+2$ هم فرد است پس d زوج نیست یعنی $d=1$ (۰/۲۵)	۱

۱	$a \stackrel{m}{\equiv} b \Rightarrow m a-b \Rightarrow m (a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\dots+b^{n-1})(\cdot/75)$ $m a^n-b^n \Rightarrow a^n \stackrel{m}{\equiv} b^n (\cdot/25)$	۱۱
۱	$r^5 \stackrel{11}{\equiv} -1 (\cdot/25) \Rightarrow r^{10} \stackrel{11}{\equiv} 1 (\cdot/25) \Rightarrow r^{18} \stackrel{11}{\equiv} -1 (\cdot/25) \Rightarrow$ $(r^{18} \times r^3) - 1 \stackrel{11}{\equiv} -25 \stackrel{11}{\equiv} 1 (\cdot/25) \Rightarrow r = 1$	۱۲
۲	$17 + (4 \times 3) + (2 \times 3) + 17 \stackrel{v}{\equiv} 3 + (4 \times 3) + (2 \times 2) + 3 \stackrel{v}{\equiv} 1 (\cdot/75)$ اگر صفر را متناظر دوشنبه بگیریم، یک متناظر سه شنبه می شود. (۰/۲۵)	۱۳
۱	$4x \stackrel{6}{\equiv} 18 \Rightarrow 2x \stackrel{(2,6)}{\equiv} 9 (\cdot/5) \Rightarrow 2x \stackrel{3}{\equiv} 9 \Rightarrow 2x \stackrel{3}{\equiv} 9 + 3 = 12 (\cdot/25)$ $\Rightarrow x \stackrel{3}{\equiv} 6 \Rightarrow x = 3k + 6 (\cdot/25)$	۱۴
۱/۵	$7x + 5y = 131 \Rightarrow 7x \stackrel{5}{\equiv} 131 \Rightarrow 2x \stackrel{5}{\equiv} 1 + 5 = 6 \Rightarrow x \stackrel{5}{\equiv} 3 \Rightarrow x = 5k + 3 (\cdot/75)$ $\Rightarrow 7(5k + 3) + 5y = 131 \Rightarrow y = -7k + 22 (\cdot/5)$ (۰/۲۵) $k=0,1,2,3 \Rightarrow x,y > 0$	۱۵
۱	الف) $3^2 = 3^0$ $3^{54} = 3^0$ هر مورد ۰/۵	۱۶
۱/۵	الف) $V = \{a,b,c,d,e,f,g\}, E = \{ab,ae,af,bc,cd,ce,de\} (\cdot/5)$ ب) $\delta=0, \Delta=3 (\cdot/5)$ ج) $N[e] = \{a,c,d,e\}, N(f) = \{a\} (\cdot/5)$	۱۷
۱	دوره‌های به طول ۳: $ABDA, ABEA, ABDA (\cdot/5)$ دوره‌های به طول ۴: $ADBEA, ADBCA, AEBCA (\cdot/5)$ 	۱۸