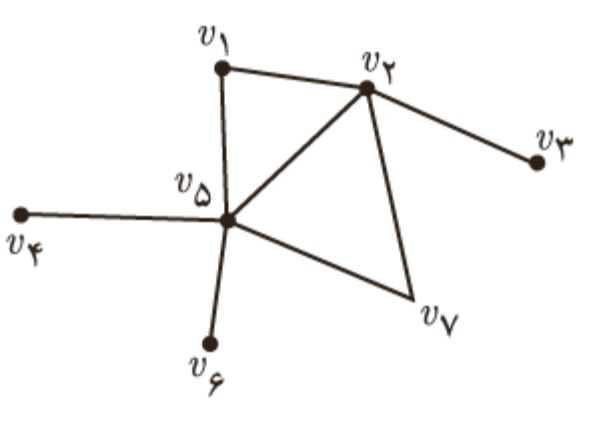
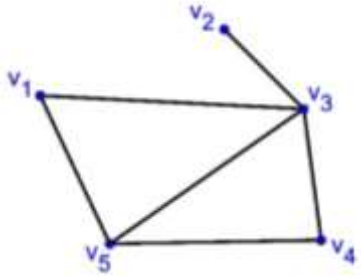
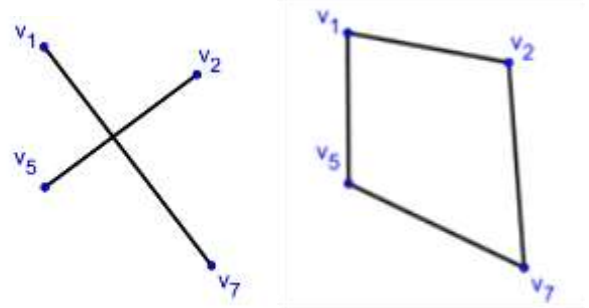


بسمه تعالی		شماره دانش آموزی
اداره کل آموزش و پرورش استان		نام و نام خانوادگی:
نام درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی
نام دبیرستان:	تعداد سؤالات: ۱۳	تعداد صفحات: ۲
شماره کلاس:	زمان: ۱۰۰ دقیقه	محل مهر
ردیف	پرسش	محل
۱	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. (آ) گراف ۴ منتظم گرافی است که: (ب) گراف کامل مرتبه ۶، یال دارد. (پ) $\dots \equiv \dots \dots \dots ۱۰۰۹$. (ت) اگر $a b$ آنگاه $\dots = [a b]$. (ث) اگر p عددی اول و $m \in \mathbb{Z}$ منفی بوده و $m p$ آنگاه m یکی از اعداد است.	۲/۵
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. (آ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ و $a < b$، $a^5 < b^5 \Leftrightarrow a < b$ ☐ د ☐ ن (ب) گرافی ۶ راسی که ۵ راس تنها داشته باشد وجود دارد. ☐ د ☐ ن (پ) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، گنگ است. ☐ د ☐ ن (ت) باقی مانده تقسیم $43 -$ بر ۵ برابر ۲ می شود. ☐ د ☐ ن	۱
۳	در هر پرسش گزینه مناسب را انتخاب کنید. (آ) اگر a و b دو عدد صحیح و $\frac{a+b}{2} = [a b]$ آنگاه $a - b$ کدام است؟ $[a b]$ نماد کوچکترین مضرب مشترک است.) (۱) صفر ☐ (۲) ۱ ☐ (۳) a ☐ (۴) b ☐ (ب) اگر $r = (۹۱, ۶۳)$ و $r = ۹۱a + ۶۳b$ مقدار $a + b$ کدام است؟ (۱) -۲ ☐ (۲) -۱ ☐ (۳) ۱ ☐ (۴) ۲ ☐ (پ) اگر b فرد باشد و $a b$ بزرگترین مقسوم علیه مشترک ab و $۱۸a^2$ کدام است؟ (۱) a^2 ☐ (۲) $۶ab$ ☐ (۳) $۶a^2$ ☐ (۴) $۶b^2$ ☐ (ت) کدام گزاره زیر با مثال نقض رد می شود؟ (۱) جمع هر عدد گنگ با هر عدد گویا، عددی گنگ است. ☐ (۲) جمع هر دو عدد گنگ، گنگ است. ☐ (۳) در هر مثلث متساوی الساقین حداقل دو زاویه برابر داریم. ☐ (۴) جمع هر دو عدد گویا، گویا است. ☐	۲
۴	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 + n + ۱$ عددی فرد است.	۱/۵
مجموع	ادامه پرسش با صفحه بعد	۷

ردیف	پرسشها	موضوع	بارم
۵	احکام درست زیر را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست مثال نقض بیاورید. (آ) توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است. (ب) حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.		۱/۵
۶	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید (اثبات بازگشتی). $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$		۱
۷	ثابت کنید اگر عدد a دو عدد b و c را بشمارد، هر ترکیب خطی از آن دو عدد را می‌شمارد.		۱
۸	a_1 و a_2 و a_3 عددهایی صحیح و b_1 و b_2 و b_3 همان سه عدد اما با ترتیبی جدید هستند. ثابت کنید، $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است (به روش برهان خلف).		۱/۲۵
۹	اگر باقی مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۵ به ترتیب، ۵ و ۷ باشد. آنگاه باقی مانده تقسیم عدد $a - 7b - 3a$ بر ۱۵ را بیابید (از قضیه تقسیم استفاده کنید).		۱/۵
۱۰	اگر ۱۵ خرداد سالی دوشنبه باشد، ۲۶ آذر آن سال چند شنبه است؟		۱/۵
۱۱	در یک فروشگاه بسته های برنج به وزن های ۳ و ۵ کیلو عرضه می‌شود. اگر مشتری قصد خرید ۳۷ کیلو برنج را داشته باشد، از هر بسته چند عدد را می‌تواند انتخاب کند؟ این مسئله چند پاسخ دارد؟		۱/۵
۱۲	گراف G با مجموعه راس های $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{v_1v_5, v_2v_3, v_4v_3, v_3v_5, v_1v_3, v_4v_5\}$ را رسم کرده به بندهای زیر پاسخ دهید. (آ) مسیری به طول ۴ در این گراف بنویسید. (ب) دوری به طول ۴ از این گراف بنویسید. (پ) کدام راس ها با v_5 مجاورند؟ (ت) مجموع درجات راس های این گراف را بدست آورید.		۲
۱۳	اگر گراف زیرین نمایش نواحی یک شهر و راه های دسترسی به آنها باشد، به بندهای زیر پاسخ دهید. (آ) بزرگترین و کوچکترین درجه این گراف را بنویسید. (ب) یک زیرگراف ۴ راسی و مکملش را رسم کنید. (پ) همسایگی بسته راس v_5 را مشخص کنید.		۱/۷۵
مجموع	پیروزی نامزدان آرزوی ماست		۲۰

رویت	پایه نامه	صفحه	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. (هر بند ۰/۵ نمره)	۲/۵	۱
۲	درست یا نادرست بودن تساوی های زیر را مشخص کنید. (هر بند ۰/۲۵ نمره)	۱	۱
۳	در هر پرسش تنها یک گزینه را انتخاب کنید. (هر بند ۰/۵ نمره)	۲	۲
۴	اگر n فرد باشد مربع هر عدد فرد، فرد است و جمعش با خودش زوج شده حاصل عبارت به دلیل وجود ۱ فرد می شود. اگر n زوج باشد، مربعش زوج است و جمعش با خودش زوج و مجدد بدلیل جمع با ۱ فرد می شود. (یا استفاده از نمادها برای اثبات)	۱/۵	۱/۵
۵	احکام درست زیر را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست مثال نقض بیاورید. (آ) نادرست (۰/۲۵)، مثال نقض صفر، یک و یا هر عدد بین صفر و یک را مثال بزنند صحیح است (۰/۵). (ب) درست (۰/۲۵)، اثبات (۰/۵): $(4k)(4k+2) = 16k^2 + 8k = 8(2k^2 + 1)$	۱/۵	۱/۵
۶	نماد دو شرطی ۰/۲۵ و هر مرحله نیز ۰/۲۵ $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq \frac{a^2+2ab+b^2}{4} \Leftrightarrow 4ab \leq a^2+2ab+b^2 \Leftrightarrow 0 \leq (a-b)^2$	۱	۱
۷	(هر قسمت ۰/۲۵) $\begin{cases} a b \xrightarrow{\text{ویژگی ۱}} a mb \xrightarrow{\text{ویژگی ۳}} a mb \pm nc \\ a c \xrightarrow{\text{ویژگی ۱}} a nc \end{cases}$	۱	۱
۸	فرض خلف: اگر حاصل ضرب زوج نباشد، فرد است (۰/۲۵). ضرب سه عدد فرد تنها وقتی فرد است که هر سه فرد باشند (۰/۲۵). جمع سه فرد موجود برابر صفر است (۰/۲۵) که زوج است (۰/۲۵). پس تناقض ایجاد شده و فرض خلف نادرست در نتیجه نقیض آن حکم مسئله درست است (۰/۲۵).	۱/۲۵	۱/۲۵
۹	$\begin{cases} a = 15m + 5 \rightarrow 3a = 3 \times 15m + 15 \\ a = 15n + 7 \rightarrow 7b = 7 \times 15n + 49 \end{cases} \begin{aligned} & (0/5) \rightarrow 3a - 7b = 15(3m - 7n) - 34 + 45 - 45 \\ & (0/5) \rightarrow 3a - 7b = 15(3m - 7n - 3) + 11(0/25) \end{aligned}$ یعنی باقی مانده ۱۱ است (۰/۲۵)	۱/۵	۱/۵
۱۰	تا آخر خرداد ۱۶ روز مانده، ۳ ماه کامل ۳۱ روزه تابستان و ۲ ماه کامل ۳۰ روزه پاییز و ۲۶ روز تا روز مورد نظر (۰/۵)، جمعش ۱۹۵ (۰/۲۵) روز به پیمانه ۷ روزهای هفته با باقی مانده ۶ همنهشت است (۰/۲۵). پس دوشنبه را شروع و صفر فرض کنیم (۰/۲۵) ۶ روز بعد یکشنبه می شود (۰/۲۵).	۱/۵	۱/۵

ردیف	پاسخ نامه	صفحه ۲	بارم
۱۱	$3a + 5b = 37 \pmod{25} \rightarrow 3a \equiv 37 \equiv 12 \pmod{25} \rightarrow 3a \equiv 12 + 10$ $= 12 \pmod{25} \xrightarrow{(3,25)=1} a \equiv 4 \pmod{25}$ $\rightarrow a = 5k + 4 \pmod{25} \rightarrow 3(5k + 4) + 5b = 37 \rightarrow b = 5 - 3k \pmod{25}$		۱/۵
۱۲	(۰/۵)  آ) v_2, v_3, v_1, v_5, v_4 (۰/۵) ب) v_1, v_3, v_4, v_5, v_1 (۰/۵) پ) v_4 و v_1 و v_3 (۰/۲۵) ت) ۱۲ (۰/۲۵)		۲
۱۳	آ) ۵ بزرگترین درجه و ۱ کوچکترین درجه (۰/۵) ب) (۰/۷۵)  پ) $\{v_1, v_2, v_5, v_7, v_1, v_2, v_5\}$ (۰/۵)		۱/۷۵
مجموع	پروژهی دانشجویان آزادی هاست		۲۰