

به نام خدا

دبیرستان دخترانه

سوالات امتحانی آمار و احتمال

خرداد ماه ۱۳۹۷

نام و نام خانوادگی :

مدت امتحان : ۷۰ دقیقه

۱) درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) شرط لازم و کافی برای اینکه احتمال پیشامدی صفر باشد، این است که پیشامد $\emptyset$ باشد.

ب) اگر $a \times b = 0$ آنگاه $a = 0$ و $b = 0$.

ج) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

د) $\exists y \in R, \frac{y-3}{5} = 0$

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) علم احتمال بررسی یک از یک معلوم است.

ب) برای متغیرهای پیوسته از نمودار استفاده می کنیم .

ج) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای و استفاده می کنیم .

د) تعداد دفعاتی که هر داده دیده می شود را آن داده می گویند.

ه) میانه نیمه اول داده های مرتب شده را داده ها می گوئیم.

ط) اگر میانه را از کل داده ها کم کنیم میانه اعداد حاصل است.

ظ) در نمونه گیری طبقه ای بهتراست تفاوت بین طبقه ها و تفاوت در داخل طبقات باشد.

غ) در نمونه گیری خوشه ای بهتراست تفاوت بین خوشه ها و تفاوت در داخل خوشه ها باشد.

۳- به هر سوال پاسخ دهید .

الف) نقیض گزاره " لوزی متوازی الاضلاع است و قطرهايش همدیگر را نصف می کنند" را بنویسید

ب) اگر ارزش گزاره $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره زیر را بدست آورید.

$$(q \vee \sim r) \leftrightarrow (p \wedge (q \rightarrow r))$$

۴- به کمک قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

۵- یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس احتمال مشاهده اعداد ۳ و ۲ را بدست آورید.

۶- در امتحانات یک کلاس ۲۰٪ دانش آموزان در ریاضی ، ۱۵٪ در فیزیک و ۱۰٪ در هر دو درس تجدید شده اند. احتمال اینکه دانش آموزی از این کلاس در درس فیزیک تجدید شده باشد مشروط بر اینکه در درس ریاضی نیز تجدید شده باشد کدام است؟

۷- دو ظرف داریم در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در ظرف دوم ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به تصادف بر می داریم و بدون مشاهده آنرا به ظرف دوم منتقل می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می آوریم . با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۸- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند بطوریکه $P(A \cap B) = ۰/۸$ و $P(A \cap B') = ۰/۴$ ، حاصل $P(A \cup B')$ را بدست آورید.

۹- اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O ، $۰/۴$ باشد و مجموع فراوانیهای همه گروههای خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود ، فراوانی گروه خونی O چه عددی است.

۱	۱۰- میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است . اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده های قبلی اضافه کنیم میانگین جدید چه عددی است؟
۱	۱۱- چارک اول و دوم و سوم را در داده های زیر حساب کنید . ۱ و ۴ و ۸ و ۱۵ و ۱۰ و ۱ و ۶ و ۱۲ و ۱۰ و ۴ و ۱۷ و ۲ و ۱۹ : داده ها
۱	۱۲- در اعداد زیر مد رقم ها کدام است؟ الف) ۱ ۲ ۴ ۳ ۲ ۴ ۳ ۱ ۴ ۳ ۲ ۱ ب) ۵ ۴ ۵ ۵ ۲ ۲ ۵ ۳ ۲ ۱ ۲ ۱ ۵
۱/۵	۱۳- برای داده های زیر واریانس و انحراف معیار را بدست آورید. ۵ و ۴ و ۱ و ۲ و ۳-
۱/۵	۱۴- نمودار جعبه ای داده های آماری زیر را بدست آورید. ۹ و ۸ و ۸ و ۵ و ۲ و ۲ و ۵ و ۴ و ۳ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۹ و ۱۹ و ۲۰
۱/۵	۱۵- فرض کنید از ۴۸ دانش آموز مدرسه پرسیده ایم که " آیا برای آمدن به مدرسه از وسیله نقلیه عمومی استفاده می کنید؟ " ۳۶ نفر به سؤال ما پاسخ مثبت دادند. در این صورت چند درصد از دانش آموزان مدرسه جوابشان به این سؤال مثبت خواهد بود؟(پاسخی با اطمینان ۹۵درصد مد نظر است)

موفق باشید

به نام خدا

خرداد ماه ۱۳۹۷

سوالات امتحانی آمار و احتمال

دبیرستان دخترانه

مدت امتحان : ۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

۱) درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) شرط لازم و کافی برای اینکه احتمال پیشامدی صفر باشد، این است که پیشامد $\emptyset$ باشد. **درست**

ب) اگر $a \times b = 0$ آنگاه $a = 0$ و $b = 0$. **نادرست**

ج) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ **درست**

د) $\exists y \in R, \frac{y-3}{5} = 0$ **درست**

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) علم احتمال بررسی یک **نمونه نامعلوم**..... از یک **جامعه معلوم**..... معلوم است.

ب) برای متغیرهای پیوسته از نمودار..... **بافت نگاشت**..... استفاده می کنیم .

ج) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای **میله ای**..... و **دایره ای**.... استفاده می کنیم .

د) تعداد دفعاتی که هر داده دیده می شود را **فراوانی**..... آن داده می گویند.

ه) میانه نیمه اول داده های مرتب شده را **چارک اول**.... داده ها می گوئیم.

ط) اگر میانه را از کل داده ها کم کنیم میانه اعداد حاصل **صفر**..... است.

ظ) در نمونه گیری طبقه ای بهتراست تفاوت بین طبقه ها **زیاد**..... و تفاوت در داخل طبقات **کم**..... باشد.

غ) در نمونه گیری خوشه ای بهتراست تفاوت بین خوشه ها **کم**..... و تفاوت در داخل خوشه ها **زیاد**..... باشد

۳- به هر سوال پاسخ دهید

الف) نقیض گزاره " لوزی متوازی الاضلاع است و قطرهایش همدیگر را نصف می کنند" را بنویسید

لوزی متوازی الاضلاع نیست یا قطرهایش همدیگر را نصف نمی کنند.

ب) اگر ارزش گزاره $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره زیر را بدست آورید.

$$(q \vee \sim r) \leftrightarrow (p \wedge (q \rightarrow r))$$

از فرض نتیجه می گیریم که p و r هر سه نادرست هستند . پس حکم نادرست است.

۴- به کمک قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

$$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C') = (A \cap B') \cup (A \cap C') = (A - B) \cup (A - C)$$

۵- یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس احتمال مشاهده اعداد ۲ و ۳ را بدست آورید.

$$P(S) = 1 \Rightarrow P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow P(1) + 3P(1) + P(1) + 3P(1) + P(1) + 3P(1) = 1$$

$$\Rightarrow 12P(1) = 1 \Rightarrow p(1) = \frac{1}{12}$$

$$p\{2,3\} = p(3) + p(2) = p(1) + 3P(1) = 4P(1) = \frac{4}{12}$$

۶- در امتحانات یک کلاس ۲۰٪ دانش آموزان در ریاضی، ۱۵٪ در فیزیک و ۱۰٪ در هر دو درس تجدید شده اند. احتمال اینکه دانش آموزی از این کلاس در درس فیزیک تجدید شده باشد مشروط بر اینکه در درس ریاضی نیز تجدید شده باشد کدام است؟

$$p(R) = 20\%, p(F) = 15\%, p(R \cap F) = 10\%$$

$$p(F|R) = \frac{p(R \cap F)}{p(R)} = \frac{10\%}{20\%} = \frac{1}{2}$$

۷- دو ظرف داریم در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در ظرف دوم ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به تصادف بر می داریم و بدون مشاهده آنرا به ظرف دوم منتقل می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می آوریم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟

$$\text{ظرف اول} \left\{ \begin{array}{l} \text{سبز} : \frac{4}{9} \\ \text{قرمز} : \frac{5}{9} \end{array} \right. \quad \frac{4}{9} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{25}{63}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{سبز} : \frac{3}{9} \\ \text{قرمز} : \frac{6}{9} \end{array} \right.$$

۸- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند بطوریکه $P(A \cap B) = 0/1$ و $P(A \cap B') = 0/4$ ، حاصل $P(A \cup B')$ را بدست آورید. A و B' نیز پیشامد هایی مستقل هستند لذا:

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B')$$

$$P(A) \times P(B) = 0/1 \quad \text{و} \quad P(A) \times P(B') = 0/4 \rightarrow P(A) = \frac{0/1}{P(B)}$$

$$\frac{0/1}{P(B)} \times (1 - P(B)) = 0/4 \rightarrow \frac{0/1}{P(B)} - 0/1 = 0/4 \rightarrow \frac{0/1}{P(B)} = 0/5$$

$$\frac{0/1}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \rightarrow P(B') = \frac{4}{5}, P(A) = \frac{0/1}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \rightarrow P(B) =$$

$$P(A \cup B') = \frac{1}{2} + \frac{4}{5} = \frac{13}{10}$$

۹- اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O ، $0/4$ باشد و مجموع فراوانیهای همه گروههای خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود، فراوانی گروه خونی O چه عددی است.

$$\frac{\text{فراوانی } O}{20} = \frac{4}{10} \rightarrow \text{فراوانی} = \frac{4 \times 20}{10} = 8$$

۱۰- میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است. اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده های قبلی اضافه کنیم میانگین جدید چه عددی است؟

$$a+b+c+d+e=5 \times 17 \rightarrow \bar{x} = \frac{5 \times 17 + 17 + 11}{7} = \frac{113}{7}$$

۱۱- چارک اول و دوم و سوم را در داده های زیر حساب کنید.

۱ و ۴ و ۸ و ۱۵ و ۱۰ و ۱ و ۶ و ۱۲ و ۱۰ و ۴ و ۱۷ و ۲ و ۱۹ : داده ها

۱, ۱, ۲, ۴, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹

$$\text{میانۀ (چارک دوم)} = \frac{n+1}{2} = \frac{13+1}{2} = 7, Q_1 = \frac{2+4}{2} = 3, Q_3 = \frac{12+15}{2} = 13/5$$

۱۲- در اعداد زیر مد رقم ها کدام است؟

الف) ۱ ۲ ۴ ۳ ۲ ۴ ۳ ۱ ۴ ۳ ۲ ۱ این جامعه مد ندارد

ب) ۵ ۴ ۵ ۵ ۲ ۲ ۵ ۳ ۲ ۱ ۲ ۱ ۵ مد = ۵

۱۳- برای داده های زیر واریانس و انحراف معیار را بدست آورید.

۵ و ۴ و ۱ و ۲ و ۳-

$$= 1, \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = 1 \cdot \bar{x}$$

۱۴- نمودار جعبه ای داده های آماری زیر را بدست آورید و دامنه میان چارکی را حساب کنید.

۹ و ۸ و ۵ و ۲ و ۲ و ۵ و ۴ و ۳ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۹ و ۱۹ و ۲۰

$$\text{دامنه میان چارکی} = Q_3 - Q_1 = 9 - 4 = 5$$

min Q_1  Q_3 max

۱۵- فرض کنید از ۴۸ دانش آموز مدرسه پرسیده ایم که " آیا برای آمدن به مدرسه از وسیله نقلیه عمومی استفاده می کنید؟ " ۳۶ نفر به سؤال ما پاسخ مثبت دادند. در این صورت چند درصد از دانش آموزان مدرسه جوابشان به این سؤال مثبت خواهد بود؟ (پاسخی با اطمینان ۹۵ درصد مد نظر است)

طبق فرض تعداد نمونه $n = 48$ و $m = 36$ پس $P = \frac{36}{48} = 0.75$

۱/۵

$$2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2\sqrt{\frac{0.75(1-0.75)}{48}} = 0.125$$

موفق باشید